

Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation

LAKISA

Revue des Sciences de l'Éducation

ISSN: 2790-1270 / en ligne
2790-1262 / imprimé



N°4, Décembre 2022

École Normale Supérieure
Université Marien Ngouabi

LAKISA

Revue des Sciences de l'Éducation
Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation (LARSCED)

École Normale Supérieure (ENS)
Université Marien Ngouabi (UMNG)

ISSN : 2790-1270 / en ligne
2790-1262 / imprimé

Contact

www.lakisa.larsced.cg

E-mail :	revue.lakisa@larsced.cg	Tél :	(+242) 06 639 78 24
	revue.lakisa@umng.cg		

BP : 237, Brazzaville-Congo

Directeur de publication

MALONGA MOUNGABIO Fernand Alfred, Maître de Conférences (Didactique des disciplines), Université Marien NGOUABI (Congo)

Rédacteur en chef

BAYETTE Jean Bruno, Maître de Conférences (Sociologie de l'Education), Université Marien NGOUABI (Congo)

Comité de rédaction

ALLEMBE Rodrigue Lezin, Maitre-Assistant (Didactique de l'Anglais), Université Marien Ngouabi (Congo)

EKONDI Fulbert, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)

KIMBOUALA NKAYA, Maitre-Assistant (Didactique de l'Anglais), Université Marien Ngouabi (Congo)

KOUYIMOUSOU Virginie, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)

LOUYINDOULA BANGANA YIYA Chris Poppel, Maitre-Assistant (Didactique des disciplines), Université Marien Ngouabi (Congo)

MOUSSAVOU Guy, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)

OKOUA Béatrice Perpétue, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)

Comité scientifique

ALEM Jaouad, Professeur-agrégé (Mesure et évaluation en éducation), Université Laurentienne (Canada)

ATTIKLEME Kossivi, Professeur Titulaire (Didactique de l'Education Physique et Sportive), Université d'Abomey-Calavi (Bénin)

DUPEYRON Jean-François, Maître de conférences HDR émérite (philosophie de l'éducation), université de Bordeaux Montaigne (France)

EWAMELA Aristide, Maître de Conférences (Didactique des Activités Physiques et Sportives), Université Marien NGOUABI (Congo)

HANADI Chatila, Professeur d'Université (Sciences de l'Education- Didactique de Sciences), Université Libanaise (Liban)

HETIER Renaud, Professeur (Sciences de l'éducation), UCO Angers (France)

KPAZAI Georges, Professeur Titulaire (Didactiques de la construction des connaissances et du Développement des compétences), Université Laurentienne, Sudbury (Canada)

LAMARRE Jean-Marc, Maître de conférences honoraire (philosophie de l'éducation), Université de Nantes, Centre de Recherche en Education de Nantes (France)

LOMPO DOUGOUDIA Joseph, Maître de Conférence (Sciences de l'Education), Ecole Normale Supérieure de Koudougou (Burkina Faso)

LOUMOUAMOU Aubin Nestor, Professeur Titulaire (Didactique des disciplines, Chimie organique), Université Marien Ngouabi (Congo)

MANDOUMOU Paulin, Maître de conférences (Didactique des APS), Université Marien NGOUABI (Congo)

MOPONDI BENDEKO MBUMBU Alexandre David, Professeur Ordinaire (Didactique des mathématiques), Université Pédagogique Nationale (République Démocratique du Congo)

NAWAL ABOU Raad, Professeur d'Université (Sciences de l'Education- Didactique des Mathématiques), Faculté de Pédagogie- Université Libanaise (Liban)

PAMBOU Jean-Aimé, Maître de Conférences (Sociolinguistique-Didactique du français langue étrangère et seconde- Grammaire nouvelle), Ecole Normale Supérieure du Gabon (Gabon)

PARÉ/KABORÉ Afsata, Professeur Titulaire (Sciences de l'éducation), Université Norbert Zongo à Koudougou (Burkina Faso)

RAFFIN Fabrice, Maître de Conférences (Sociologie/Anthropologie), Université de Picardie Jules Verne (France)

VALLEAN Tindaogo, Professeur Titulaire (Sciences de l'éducation), Ecole Normale Supérieure de Koudougou (Burkina Faso)

Comité de lecture

LOUSSAKOUMOUNOU Alain Fernand Raoul, Maître de Conférences (Grammaire et Linguistique du Français), Université Marien Ngouabi (Congo)

MASSOUMOU Omer, Professeur Titulaire (Littérature française et Langue française), Université Marien Ngouabi (Congo)

NDONGO IBARA Yvon Pierre, Professeur Titulaire (Linguistique et langue anglais), Université Marien Ngouabi (Congo)

NGAMOUNTSIKA Edouard, Professeur Titulaire (Grammaire et Linguistique du Français), Université Marien Ngouabi (Congo)

ODJOLA Régina Véronique, Maître de Conférences (Linguistique du Français), Université Marien Ngouabi (Congo)

SOMMAIRE

Le CEP, l'environnement scolaire et la décharge des directeurs d'écoles primaires au Bénin

Agbodjinou Germain ALLADAKAN 1

Le travail des enfants : processus représentationnel des hommes et femmes à Cotonou

Gildas ABI-KABEROU et Mèdèssè Mèmèdé Trinité HOUNGNON 17

Médiation des simulateurs pour l'apprentissage de l'activité de diagnostic en automobile

Landry NDOUMATSEYI BOTONGOYE 29

Enseignement de la logique mathématique dans l'enseignement secondaire au Burkina Faso : état des lieux et perspectives

Timbila SAWADOGO, Kirsi Jean-Pierre DOUAMBA et Borémavé Cyrique BOMBIRI 31

L'ORANA et la mission de l'éducation de base au Sénégal : cas de Badiana (1953 -1954)

Idrissa MANGA.....43

Stratégies d'adaptation des adolescents orphelins transférés à des membres de la famille élargie en Côte d'Ivoire

Yogblo Armand GROGUHÉ.....57

La formation initiale des enseignants du primaire face à l'acquisition des compétences dans l'enseignement des sciences

Amadou Yoro NIANG 69

Le sens des responsabilités dans les organisations : apprentissages pour l'administration scolaire

Charles Karosy BAMOUNI 83

Perception sociale et inobservance des mesures barrières contre la covid-19 dans les communes dites populaires à Abidjan

Cyrille Julien Sylvain YORO et Yacouba BALLO 91

La pratique de l'évaluation formative dans le processus d'enseignement /apprentissage de l'expression écrite en classe de 4ème

Chris Poppel LOUYINDOULA BANGANA YIYA, Richard Bertin NGOLO et Regina Véronique ODJOLA.....104

Enseignement de la logique mathématique dans l'enseignement secondaire au Burkina Faso : état des lieux et perspectives

Timbila SAWADOGO, École Normale Supérieure (Burkina Faso)

E-mail: sawtimbs@gmail.com

Kirsi Jean-Pierre DOUAMBA, École Normale Supérieure (Burkina Faso)

E-mail: kjpdouamba@gmail.com

Borémavé Cyrique BOMBIRI, École Normale Supérieure (Burkina Faso)

E-mail: bombcyriaque@gmail.com

Résumé

L'enseignement de la logique mathématique a connu et connaît encore beaucoup de difficultés au secondaire de l'enseignement général du Burkina Faso. L'état des lieux de cet enseignement est l'objet de la présente étude. L'analyse et l'interprétation des données collectées permettent de conclure que les enseignants de mathématiques du secondaire rencontrent deux difficultés majeures dans l'enseignement de la logique mathématique. Celles-ci résultent d'une méconnaissance des éléments de logique et d'une mauvaise appréhension des instructions relatives à l'enseignement de la logique. L'étude fait des suggestions à l'endroit des encadreurs pédagogiques de mathématiques, du ministère de l'éducation nationale et des écoles de formation des professeurs des lycées et collèges pour un meilleur enseignement de la logique mathématique au secondaire.

Mots-clés : Analyse, appréhension, enseignement, logique mathématique.

Abstract

The teaching of mathematical logic has known and still knows many difficulties in secondary general education in Burkina Faso. The inventory of this teaching is the subject of this study. The analysis and interpretation of the data collected lead to the conclusion that secondary school mathematics teachers encounter two major difficulties in teaching mathematical logic. These result from a misunderstanding of the elements of logic and a poor understanding of the instructions relating to the teaching of logic. The study makes suggestions for mathematics pedagogical supervisors, the Ministry of National Education and teacher training schools in high schools and colleges for better teaching of mathematical logic in secondary school.

Keywords: Analysis, apprehension, mathematical logic, teaching.

Introduction

L'enseignement-apprentissage des mathématiques connaît de nombreux défis dans le monde (N. Rouche, 1995). Celui de la logique mathématique en particulier n'échappe pas à la règle (Z. Mesnil, 2014 ; V. Durand-Guerrier & G. Arsac, 2003). La logique mathématique s'entend par l'ensemble des moyens, des procédés selon lesquels sont organisés le discours et le raisonnement en mathématiques (Z. Mesnil ; 2014). Elle passe par l'usage correct des assertions, des connecteurs, des quantificateurs dans différents types de raisonnements en mathématiques.

La logique mathématique a été enseignée sous forme de cours formel au Burkina Faso dans l'enseignement secondaire, entre la fin de la décennie 1980, à l'ère des « mathématiques

modernes ». Cet enseignement formel a été par la suite supprimé au début des années 1990 et les nouvelles instructions prônent un enseignement de la logique à « l'occasion » de l'enseignement d'autres thèmes (MESSRS¹, 1991, 1996). Ces instructions semblent être source de difficultés pour les enseignants de mathématiques du secondaire (11^{ème} à la 13^{ème} année de scolarité). L'objectif de cette étude est de faire l'état des lieux de l'enseignement de la logique mathématique au secondaire de l'enseignement général du Burkina Faso.

Le Burkina Faso a initié, en 1997, une production d'ouvrages scolaires sous le titre « Collection Faso-Math » pour les classes de 6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème} et 3^{ème}. Ces nouveaux manuels

contiennent un nouveau symbole de "logique mathématique", le symbole '—' qui veut dire « signifie que ..., synonyme de ... ». Ce nouveau symbole est utilisé de la même manière dans un raisonnement qui nécessite une implication tout comme dans un raisonnement qui doit utiliser une équivalence. Autrement dit, il n'y a aucune différence entre un raisonnement utilisant une implication et un raisonnement utilisant une équivalence. Or une implication n'est pas une équivalence. La logique mathématique n'est-elle donc pas universelle ? Comment se fait l'enseignement de la logique mathématique au Burkina Faso ? L'objet de la recherche est d'identifier les difficultés rencontrées par les enseignants dans l'enseignement de la logique, leurs origines et de proposer des pistes pour un enseignement-apprentissage de la logique mathématique dans l'enseignement secondaire général.

En France, T. Barrier, V. Durand-Guerrier & Z. Mesnil (2019) constatent que bon nombre de professeurs de mathématiques ne disposent que de peu de connaissances théoriques dans le domaine de la logique, car l'enseignement de celle-ci est absent aujourd'hui des cursus conduisant au métier de professeurs de mathématiques. Or, la logique est bien présente dans l'activité mathématique, tant au niveau de la conceptualisation, de la verbalisation, et plus généralement, au niveau du raisonnement mathématique, notamment déductif. Au Québec, D. Tanguay & S. Mathieu-Soucy (2015), constatent que la transition vers les études supérieures pose problème en mathématiques, à cause de la non-maîtrise des bases de logique et de la théorie des ensembles.

Au Burkina Faso, l'une des causes de l'échec des étudiants de première année des filières scientifiques à l'Université de Ouagadougou est l'inadéquation des programmes de l'enseignement secondaire comme prérequis dans le cadre du formalisme et de la démonstration (T. Sawadogo, 2014). C. Konombo (2016) constate une utilisation abusive des connecteurs logiques. Par exemple dans l'écriture « $Z = 1 + 2i \Leftrightarrow |Z| = \sqrt{5}$ », l'élève utilise ici une équivalence au lieu d'une implication. Le même auteur a constaté, lors des observations directes de cours que lorsqu'un connecteur est mal utilisé, le professeur le fait remplacer par celui qui convient sans dire aux élèves pourquoi l'autre ne conviendrait pas.

L'enseignement-apprentissage de la logique mathématique au Burkina Faso, notamment au secondaire de l'enseignement général pose clairement des difficultés. Quel peut donc être le problème ? Les instructions relatives à la logique mathématique au post-primaire sont plus ou moins claires, mais cela n'est pas le cas au second cycle. En effet, le programme de mathématiques du second cycle général (MESSRS, 1991) dit à propos de l'enseignement de la logique mathématique ceci : « Tout exposé a priori de logique mathématique est exclu. C'est à travers les activités que l'on mettra en lumière les différentes phases de la démarche mathématique... ». Ces instructions ne donnent clairement ni un contenu ni une limite pour l'enseignement de la logique mathématique. Seul le programme de la classe de seconde C/T² donne quelques attentes comme « c'est à l'occasion que l'apprentissage de la logique se fait ». Il est donc légitime que certaines questions puissent être posées. Quelle analyse peut-on faire

¹ Ministère de l'Enseignement Secondaire, Supérieure et de la Recherche Scientifique, Burkina Faso.

² La classe de seconde préparant aux filières scientifiques

des pratiques et des difficultés que les professeurs rencontrent dans l'enseignement de la logique mathématique au secondaire de l'enseignement général au Burkina Faso ? Cette question principale appelle d'autres questions spécifiques qui sont : quelles sont les pratiques des enseignants dans l'enseignement de la logique mathématique ? Quelles sont les difficultés des enseignants dans l'enseignement de la logique mathématique ? Quelles stratégies pour un meilleur enseignement de la logique mathématique ?

L'objet de l'étude est d'analyser les pratiques des professeurs dans l'enseignement de la logique mathématique au secondaire de l'enseignement général au Burkina Faso et aussi les difficultés que ces derniers y rencontrent. Il s'agit spécifiquement d'analyser les pratiques des enseignants dans l'enseignement de la logique mathématique, mais aussi d'analyser les difficultés des enseignants dans l'enseignement de celle-ci afin de proposer des stratégies pour son meilleur enseignement. Dans la suite de ce travail, après le développement des cadres théoriques théorique et conceptuel, l'approche méthodologique mixte, à la base du recueil des données, est décrite. Cette étape sera suivie d'une présentation et d'une discussion des résultats atteints.

1. Cadre théorique et conceptuel

Qu'est-ce que la logique mathématique, notion centrale dans cette étude ? La logique formelle est l'étude des concepts, jugements et raisonnements considérés abstraitement et sans considération des objets qu'ils désignent. La logique mathématique a repris l'objectif de la logique formelle, c'est-à-dire étudier le raisonnement, mais en se restreignant au langage des mathématiques qui présente l'avantage d'être extrêmement normalisé. Z. Mesnil (2014, p.13) définit la logique des mathématiques comme un :

Ensemble des moyens, des procédés selon lesquels sont organisés le discours et le raisonnement en mathématiques, vus sous un double aspect de correction syntaxique d'une part (vérifier que les règles d'usage de la langue sont respectées) et de validité sémantique d'autre part (pouvoir s'assurer que les raisonnements aboutissent à des vérités).

Dans cette étude, la logique mathématique est restreinte aux les éléments de logique mathématique suivants : les assertions, les connecteurs, les quantificateurs, les négations, les différents types de raisonnements et le calcul propositionnel.

L'actuelle contribution s'adosse sur la théorie des situations didactiques (G. Brousseau, 1998). Cette théorie permet d'interpréter les situations proposées par les enseignants et leur gestion de la situation. Le socio-constructivisme est l'approche de l'enseignement-apprentissage sur lequel s'appuie cette étude pour analyser les activités en situation de classe. Selon cette approche, l'apprentissage est vu comme l'acquisition de connaissances grâce aux échanges entre l'enseignant et les élèves ou entre élèves. Ces derniers n'apprennent pas seulement grâce à la transmission de connaissances par l'enseignant, mais aussi grâce aux interactions (W. Doise & G. Mugny, 1981). L'enseignant crée des situations problèmes, pour permettre aux apprenants de résoudre de vrais problèmes : l'enseignant joue alors un rôle de guide et de facilitateur et non plus un rôle d'instructeur. La théorie des situations didactiques et socio-constructivisme forment le socle théorique de cette étude.

Se basant sur ce cadre théorique, des hypothèses ont été formulées comme réponses anticipées aux questions posées. La principale hypothèse stipule que les difficultés de l'enseignement des notions de logique mathématique sont dues aux connaissances insuffisantes des professeurs en matière de logique mathématique et aux interprétations qu'ils font des instructions officielles sur l'enseignement de la logique mathématique. La vérification de cette hypothèse passe par la validation des hypothèses secondaires qui stipulent que les enseignants de mathématiques sont insuffisamment outillés pour enseigner la logique mathématique et qu'ils appréhendent difficilement les instructions officielles à propos de l'enseignement de la logique mathématique au secondaire de l'enseignement général. Cette mauvaise appréhension

des instructions entraîne de mauvaises pratiques d'enseignement de la logique. Pour l'atteinte des objectifs de l'étude, l'approche méthodologique suivante a été utilisée.

2. Cadre méthodologique

Au regard de la nature de l'étude qui ambitionne analyser des pratiques des enseignants et les difficultés qu'ils rencontrent dans l'enseignement de la logique mathématique, une approche mixte de recherche est adoptée. Les investigations ont été menées dans deux régions du Burkina Faso : la région du Centre et la région du Centre-Ouest. Ces deux régions sont bien fournies en établissements d'enseignement secondaire et d'enseignants et d'encadreurs pédagogiques de mathématiques.

La population d'étude se compose de l'ensemble des professeurs de mathématiques qui tiennent ou qui ont tenu des classes du second cycle scientifique (Seconde C (2nd C) ; Première D (1^{ère} D) ; Première C (1^{ère} C) ; Terminale D (T^{le} D) ; Terminale C (T^{le} C) ; Terminale E (T^{le} E)) et l'ensemble des encadreurs de mathématiques des régions du Centre et du Centre-Ouest. Les enseignants sont les acteurs principaux dans l'enseignement de la logique mathématique dans les classes. De plus, la spécificité des classes ciblées est due au fait qu'elles sont les classes où la logique mathématique est la plus sollicitée.

Pour recueillir les données, un questionnaire a été utilisé à l'endroit des enseignants de mathématiques, un guide d'entretien pour les encadreurs de mathématiques et une grille pour l'observation des cours.

Le questionnaire a intéressé 110 professeurs des deux régions ; les observations de cours ont concerné dix classes et les entretiens ont été faits auprès de dix encadreurs de mathématiques.

Le questionnaire a porté sur le profil académique et professionnel et sur l'enseignement des notions de logique mathématique. L'entretien avec les encadreurs de mathématiques s'articulait autour de quatre points principaux : l'évolution du programme de mathématiques du Burkina Faso à propos de la logique mathématique, les difficultés relevées par les encadreurs lors des visites de classes et les difficultés que les professeurs leur ont soumises concernant l'enseignement de la logique mathématique, les conseils prodigués aux professeurs à cet effet, et les suggestions des encadreurs pour un meilleur enseignement de la logique mathématique.

La grille d'observation est axée sur la présence ou non d'éléments de logique mathématique, l'utilisation des connecteurs et des quantificateurs, les remédiations et explications du professeur à propos des éléments de logique mathématique. Les observations directes, des classes diversifiées du second cycle avec des professeurs au profil académique et professionnel assez varié, sont toute chose qui a permis de recueillir des informations pertinentes.

3. Présentation et analyse des résultats

Les principales données recueillies ont été traitées et les résultats sont présentés dans les paragraphes qui suivent.

3.1. Reconstruction du récit de la collecte des données

Sur cent dix questionnaires distribués, quatre-vingt-douze ont été renseignés. Du dépouillement, il ressort que 80 % des enquêtés sont des professeurs certifiés des lycées et collèges. Ces résultats indiquent que les professeurs ayant pris part à l'enquête ont la capacité professionnelle pour tenir des classes du second cycle. En outre, les enseignants qui ont répondu au questionnaire ont une expérience de l'enseignement des mathématiques allant de deux ans, pour le moins expérimenté, à trente-un ans, pour le plus expérimenté. La moyenne du nombre d'années d'expérience est de douze ans. Les professeurs enquêtés sont assez expérimentés. Quant au nombre de visites de classes reçues, il varie de zéro à six, avec une moyenne de deux

visites pour l'ensemble de nos enquêtés. De là, on peut déduire que ce sont des professeurs qui ont plus ou moins eu des contacts avec des encadreurs.

Pour les observations de cours, les séances de corrections d'exercices ont été privilégiées, car c'est le lieu où l'on a beaucoup recours aux éléments de logique mathématique. Ainsi huit séances de corrections d'exercices sur les dix séances projetées au départ. L'entretien a concerné dix inspecteurs de mathématiques.

3.2. Des connaissances des enseignants sur la logique mathématique

Interrogée sur leur formation académique et continue sur la logique mathématique, la quasi-totalité des professeurs n'a pas suivi un module sur la logique mathématique durant leur formation professionnelle. De même, il ressort qu'en tant que professeurs, ils n'ont pas suivi de formation sur l'enseignement de la logique mathématique. Plus de la moitié d'entre eux a suivi un module sur la logique mathématique lors de formation académique. Mais visiblement cela ne les aide pas, car presque tous ont donné des réponses erronées aux questions, en témoignent les réponses aux questions suivantes :

Question 1 : Compléter avec le symbole ou mot ($\Rightarrow$; $\Leftrightarrow$; $\mapsto$; $\rightarrow$ et ; ou) qui conviennent :

- a) $(x - 2)(x + 3) = 0 \dots x - 2 = 0 \dots x + 3 = 0 \dots x = 2 \dots x = -3$.
 b) $y = -16 \dots |y| = 16$.

Question 2 : Le tableau suivant est appelé "table de vérité de l'assertion « P ou Q »".

P \ Q	V	F
V	V	V
F	F	F

Cette table est : Juste ☐ Fausse ☐ Cochez la bonne réponse.

Question 3 : Réécrire les phrases suivantes en utilisant les symboles de logique mathématique. (Exemple : il existe un réel x pour lequel f s'annule s'écrit : " $\exists x \in \mathbb{R} / f(x) = 0$ ").

- a) « Pour tout réel x , si $f(x) = 1$ alors $x > 0$ » s'écrit :
 b) « Pour tout réel x , il existe un réel y tel que la somme de x et y soit positive » s'écrit :

Les réponses erronées à ces items sur l'utilisation de connecteurs et de quantificateurs et sur la table de vérité illustrent les problèmes de connaissances en matière de logique mathématiques. Les enseignants ont aussi reconnu ne pas donner de cours formel de logique mathématique à leurs élèves.

3.3. Des difficultés dans l'enseignement de la logique mathématique

Une liste d'éventuelles difficultés dans l'enseignement-apprentissage de la logique a été proposée aux enseignants pour qu'ils puissent cocher les cases correspondant à celles qu'ils rencontrent. Des problèmes d'apprentissage de la logique rencontrés, mais non répertoriés dans la liste, ont été demandés aux enseignants. Le tableau ci-dessous fait la synthèse des obstacles évoqués.

Tableau 1: Les difficultés liées à l'enseignement de la logique mathématique

Difficultés proposées	Pourcentages
Le contenu des programmes de mathématiques et les instructions	52,1%
L'utilisation des connecteurs logiques ($\Leftrightarrow$; $\Rightarrow$; $\Leftarrow$; <i>et</i> ; <i>ou</i> ; ...)	66,3%
L'utilisation des quantificateurs ($\forall$; $\exists$; $\exists!$;)	19,5%
L'absence d'un cours formel en matière de logique	84,8%
Autres : utilisation de symbole utilisé au post primaire et symboles officiels de logique pour l'équivalence et l'implication ($\vdash$ et $\Leftrightarrow$; $\Rightarrow$; $\Leftarrow$)	13,1%

Il ressort de ces résultats que l'une des causes de difficultés majeures est l'absence d'un cours formel sur la logique mathématique. Les difficultés d'utilisation des connecteurs et des quantificateurs logiques occupent le deuxième rang. En troisième position on retrouve le contenu des programmes et les instructions à propos de l'enseignement de la logique mathématique. Dans une moindre mesure, la confusion entre symbole mathématique officiel et symbole non mathématique a été évoquée. Les encadreurs de mathématiques interrogés confirment ce constat. Pour eux, les difficultés que les enseignants rencontrent lors de l'enseignement de la logique mathématique sont de plusieurs ordres. Il s'agit entre autres de la non-maîtrise des éléments de logique mathématique (confusions entre logique mathématique et logique de la vie courante, entre connecteurs et quantificateurs ; méconnaissances des règles de logique mathématique ; connaissances erronées de notions de logique mathématique ; etc.). Ils notent aussi l'absence d'activité dans les documents de mathématiques permettant aux professeurs d'avoir une idée de ce qui leur est demandé à propos de l'enseignement de la logique mathématique. Pour les encadreurs, il existait des fiches de logique mathématique pour les classes de 6^{ème} avant la révision des programmes officiels de mathématiques en 1991.

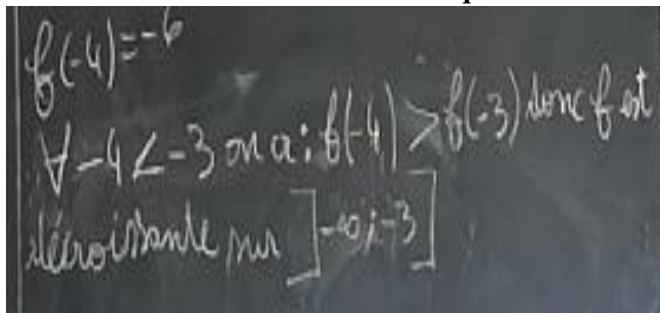
3.4. Des observations de cours

Les observations de cours et des entretiens avec les professeurs prestataires ont permis de recueillir de nombreuses informations sur les pratiques des enseignants concernant l'enseignement de la logique mathématique. Il faut noter qu'aucun des enseignants n'a proposé un exercice où il prévoit expressément une situation d'utilisation d'éléments de logique mathématique. À l'entretien, ils disent qu'ils n'ont pas pensé à cela. Au cours de toutes les huit observations, une utilisation erronée des connecteurs et des quantificateurs est constatée et les productions dans les photos ci-dessous sont illustratives.

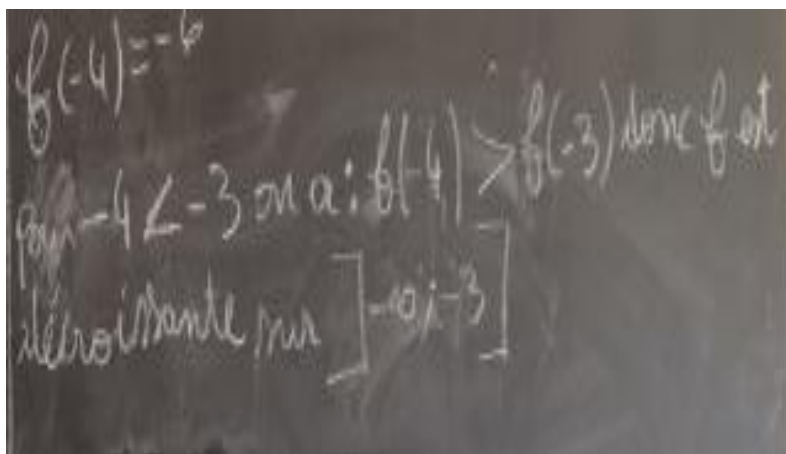
Photo 1 : Utilisation abusive d'une équivalence

$$\begin{aligned}
 f\left(\frac{3}{2}\right) &= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right) + 3 \\
 &\Leftrightarrow -\frac{9}{4} + 3 + 3 \Leftrightarrow -\frac{9}{4} + 6 \\
 &= -\frac{9}{4} + \frac{24}{4} = \frac{15}{4} \\
 \boxed{f\left(\frac{3}{2}\right) &= \frac{15}{4}}
 \end{aligned}$$

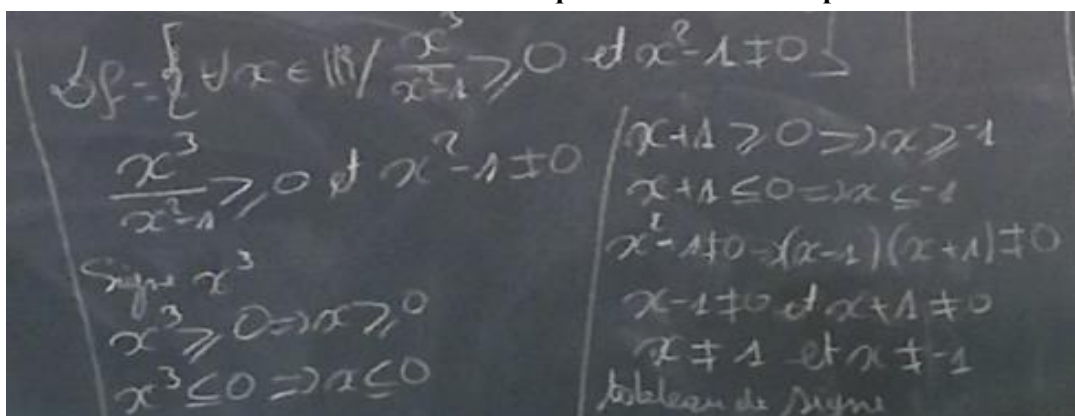
L'enseignant n'est pas intervenu pour porter une remédiation à la situation. À l'entretien, l'enseignant dit n'avoir pas prêté attention à cette utilisation de l'équivalence.

Photo 2: Mauvaise utilisation de quantificateur

L'exercice proposé est de montrer que la fonction numérique f définie par $f(x) = x^2 + x + 2$ est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; -3]$ en classe de 2^{nde} C. L'enseignant tente une remédiation dans la photo ci-dessous.

Photo 3 : Remédiation du professeur à la production de la figure 2

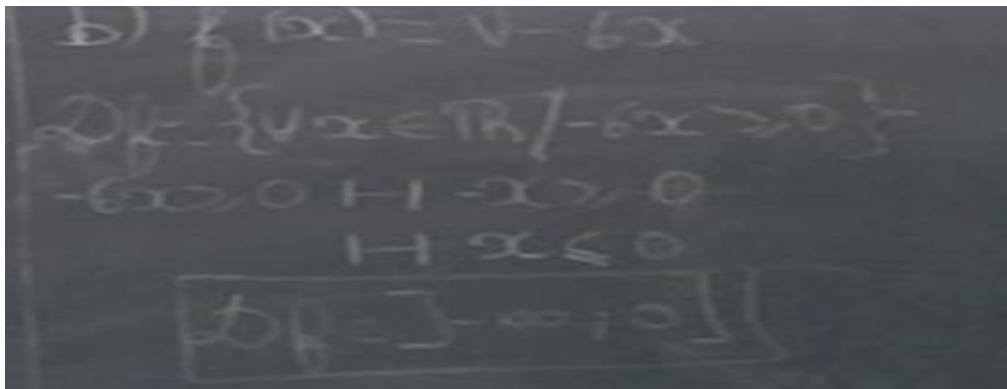
Le professeur a simplement remplacé le symbole $\exists$ par le mot « pour » sans aucune explication aux élèves. L'entretien avec l'enseignant a permis de comprendre qu'il a des difficultés de compréhension des énoncés du type « Pour tout x élément de I , ... ». Pour lui, l'utilisation d'un exemple suffit pour valider un énoncé du genre « Pour tout x élément de I , ... ». De là, il ressort que ce professeur ne maîtrise pas suffisamment les règles de la logique mathématique.

Photo 4 Utilisation erronée de quantificateur et d'implication

À l'entretien, le professeur a fait comprendre que « $Df = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x^3}{x^2-1} \geq 0 \right\}$ » se lit « l'ensemble des x éléments de $\mathbb{R}$ tel que ... ». C'est-à-dire que le quantificateur $\forall$ est perçu comme « une valeur de x donnée » au lieu de « Pour toute valeur x ». Quant à l'utilisation de

l'implication, le professeur pense que l'on peut utiliser indifféremment $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$. Pour lui, les deux symboles jouent le même rôle. Nos questions d'explicitation lui ont permis de prendre conscience qu'il a de sérieuses insuffisances en matière de logique mathématique.

Photo 5 Utilisation de symbole non utilisé au second cycle



La production a trait à l'item sur la recherche du domaine de définition de la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{-6x}$. À l'entretien, le professeur a expliqué que ce symbole est bien un symbole de logique mathématique et qu'il joue le rôle de l'implication et de l'équivalence à la fois. Cela rend compte que ce professeur n'était pas bien informé et que pour lui, il n'y a pas de différence entre une implication et une équivalence au secondaire, mais que la différence est au supérieur. Ainsi, il pense qu'il y a une logique mathématique propre au secondaire et une autre logique mathématique pour l'université. Cette idée est partagée par la plupart des professeurs qui ont reçu une visite de classe pour cette recherche (six professeurs sur les huit).

3.5. Du cadre institutionnel de l'enseignement de la logique mathématique

Des entretiens avec les encadreurs, il ressort que dans les programmes de mathématiques d'avant 1990, il existait un cours formel de logique mathématique à dispenser aux élèves notamment en classe de 2^{nde} C. À partir de la révision des programmes de 1991, le cours formel de logique a été supprimé et le nouveau programme donne des instructions qui excluent un enseignement formel de la logique, mais qui prône un enseignement à « l'occasion ». Certains des encadreurs interrogés ont été des acteurs de ces changements dans les programmes. Pour eux, les changements sont intervenus dans un cadre plus général dont l'objectif principal était de rendre plus concrètes les mathématiques enseignées au secondaire. Ainsi dans les classes du post primaire on ne parle plus d'« Algèbre », mais d'« Activités numériques » ; de même on parle maintenant d'« Activités géométriques » au lieu de « Géométrie ». Il fallait diminuer l'abstrait et renforcer le concret. Certaines notions ont été supprimées (calculs matriciels, théorie des groupes, etc.) et d'autres notions ont été révisées et réadaptées. Au nombre de ces notions révisées figure la notion de logique mathématique. L'enseignement formel de la logique mathématique était inspiré des « mathématiques modernes » du programme français. L'idée était que si l'élève connaît les notions de logique mathématique de façon formelle alors, il lui serait plus facile de les appliquer. La suite a montré que cela n'est pas vrai. Il fallait donc procéder à un changement : supprimer l'enseignement formel de la logique et faire place à un enseignement en situation de cette notion. Cela nécessite un changement de démarche mathématique. Ainsi, en ce qui concerne l'enseignement de la logique mathématique, on passe de la démarche déductive (connaître la théorie et l'appliquer, aller de l'abstrait au concret) à la démarche inductive (à partir des exemples vus, on généralise : aller du concret à l'abstrait). L'enseignement formel de la logique mathématique ne permettait pas aux élèves de l'intégrer

directement dans leurs pratiques quotidiennes. C'est pour cela que l'on a opté pour un enseignement en situation. Les confusions de notions d'équivalence et d'implication sont au niveau même des professeurs.

4. Interprétation, discussion des résultats et perspectives

4.1. Interprétation des résultats et suggestions

De l'analyse des résultats du questionnaire adressé aux enseignants, il ressort que nos enquêtés sont des qualifiés et expérimentés dans l'enseignement secondaire. On retient aussi que la quasi-totalité de ces derniers n'a pas reçu de formation pour une utilisation de la logique mathématique dans leurs pratiques d'enseignement. Ils ont un niveau de connaissance insuffisante de la logique mathématique. Cela est corroboré par les observations en classes qui ont révélé qu'ils ne connaissent pas toujours le sens des connecteurs et des quantificateurs qu'ils utilisent la plupart du temps. L'hypothèse secondaire 1 qui stipule que les enseignants de mathématiques sont insuffisamment outillés pour enseigner la logique mathématique est alors vérifiée.

Les observations directes de cours et les entretiens avec les inspecteurs ont permis de constater que les enseignants ne prêtent pas attention à l'utilisation des éléments de logique mathématique et n'apportent pas les remédiations appropriées. Ils n'exploitent pas les situations propices et n'en conçoivent pas pour mettre en œuvre les notions de logique mathématique. Tous ces constats permettent de dire que les professeurs appréhendent difficilement les instructions officielles et cela impacte négativement leurs pratiques dans l'enseignement de la logique mathématique. On peut alors conclure que l'hypothèse secondaire 2 est vérifiée.

4.2. Proposition de contenus d'autoformation à l'endroit des professeurs

Dans cette étude, des suggestions pour un enseignement approprié de la logique mathématique ont été demandées aux enquêtés. En prenant en compte les propositions des uns et des autres, et en considérant les résultats issus des données recueillies lors des enquêtes, les suggestions principales qui peuvent être formulées sont le renforcement de la formation initiale et la formation continue des enseignants en logique mathématique (C. Hache & Mesnil 2012 ; B. Grugeon-Allys & J. Pilet, 2017). Dans le cadre de cette recherche des d'activités permettant d'intégrer l'apprentissage de la logique mathématique ont été conçues, un document d'autoformation des enseignants en matière de connaissances de bases des éléments de logique mathématique autour des assertions, des quantificateurs et des modes de raisonnement a été proposé.

4.2.1. Sur les assertions

Une **assertion** est une phrase qui est soit vraie, soit fausse, pas les deux en même temps.

Si P est une assertion et Q est une autre assertion, nous allons définir de nouvelles assertions construites à partir de P et de Q.

- **L'opérateur logique « et »**

L'assertion « P **et** Q » est vraie si P est vraie et Q est vraie. L'assertion « P et Q » est fausse sinon.

Par exemple si P est l'assertion « Cette carte est un as » et Q l'assertion « Cette carte est cœur » alors l'assertion « P et Q » est vraie si la carte est l'as de cœur et est fausse pour toute autre carte.

- **L'opérateur logique « ou »**

L'assertion « P **ou** Q » est vraie si l'une (au moins) des deux assertions P ou Q est vraie. L'assertion « P ou Q » est fausse si les deux assertions P et Q sont fausses.

Par exemple Si P est l'assertion « Cette carte est un as » et Q l'assertion « Cette carte est cœur » alors l'assertion « P ou Q » est vraie si la carte est un as ou bien un cœur (en particulier elle est vraie pour l'as de cœur).

- **La négation « non »**

L'assertion « non P » est vraie si P est fausse, et fausse si P est vraie.

- **L'implication $\Rightarrow$**

La définition mathématique est la suivante : L'assertion « (non P) ou Q » est notée « $P \Rightarrow Q$ ».

L'assertion « $P \Rightarrow Q$ » se lit en français « P implique Q ».

Elle se lit souvent aussi « si P est vraie alors Q est vraie » ou « si P alors Q ».

- **L'équivalence $\Leftrightarrow$**

L'équivalence est définie par : « $P \Leftrightarrow Q$ » est l'assertion « $(P \Rightarrow Q)$ et $(Q \Rightarrow P)$ ».

On dira « P est équivalent à Q » ou « P équivaut à Q » ou « P si et seulement si Q ». Cette assertion est vraie lorsque P et Q sont vraies ou lorsque P et Q sont fausses.

4.2.2. Sur les quantificateurs

- **Le quantificateur $\forall$: « pour tout »**

On lit « Pour tout x appartenant à E, P(x) », sous-entendu « Pour tout x appartenant à E, P(x) est vraie ».

Par exemple : $\forall x \in [1; +\infty[, x^2 \geq 1$ est une assertion vraie.

- **Le quantificateur $\exists$: « il existe »**

L'assertion « $\exists x, P(x)$ » est une assertion vraie lorsque l'on peut trouver au moins un x de E pour lequel P(x) est vraie. On lit « il existe x appartenant à E tel que P(x) (soit vraie) ».

Par exemple : « $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 < 0$ » est vraie (exemple $x = 1$ vérifie bien la propriété).

- **La négation des quantificateurs**

La négation de « $\forall x \in E, P(x)$ » est « $\exists x \in E, \text{non } P(x)$ ».

Par exemple la négation de « $\forall x \in [1; +\infty[, (x^2 \geq 1)$ » est l'assertion « $\exists x \in [1; +\infty[, (x^2 < 1)$ ».

4.2.3. Sur les méthodes de raisonnements

Voici des méthodes classiques de raisonnements.

- **Raisonnement direct**

On veut montrer que l'assertion « $P \Rightarrow Q$ » est vraie. On suppose que P est vraie et on montre qu'alors Q est vraie. C'est la méthode la plus utilisée au lycée.

- **Cas par cas**

Si l'on souhaite vérifier une assertion P(x) pour tous les x dans un ensemble E, on montre l'assertion pour les x dans une partie A de E, puis pour les x n'appartenant pas à A. C'est la méthode de **disjonction** ou du **cas par cas**.

- **Contraposée**

Le raisonnement par **contraposition** est basé sur l'équivalence suivante :

L'assertion « $P \Rightarrow Q$ » est équivalente à « $\text{non}(Q) \Rightarrow \text{non}(P)$ ».

Donc si l'on souhaite montrer l'assertion « $P \Rightarrow Q$ », on montre en fait que si $\text{non}(Q)$ est vraie alors $\text{non}(P)$ est vraie.

- **Absurde**

Le **raisonnement par l'absurde** pour montrer « $P \Rightarrow Q$ » repose sur le principe suivant: on suppose à la fois que P est vraie et que Q est fausse et on cherche une contradiction. Ainsi si P est vraie alors Q doit être vraie et donc « $P \Rightarrow Q$ » est vraie.

Dans la pratique, on peut choisir indifféremment entre un raisonnement par contraposition ou par l'absurde. Attention cependant de bien préciser quel type de raisonnement vous choisissiez et surtout de ne pas changer en cours de rédaction !

- **Contre-exemple**

Si l'on veut montrer qu'une assertion du type « $\forall x \in E, P(x)$ » est vraie alors pour chaque x de E il faut montrer que $P(x)$ est vraie. Par contre pour montrer que cette assertion est fausse alors il suffit de trouver $x \in E$ tel que $P(x)$ soit fausse.

- **Récurrence**

Le **principe de récurrence** permet de montrer qu'une assertion $P(n)$, dépendant de n , est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. La démonstration par récurrence se déroule en trois étapes : lors de l'**initialisation** on prouve $P(0)$.

Pour l'étape d'**hérédité**, on suppose $n > 0$ donné avec $P(n)$ vraie, et on démontre alors que l'assertion $P(n + 1)$ au rang suivant est vraie. Enfin dans la **conclusion**, on rappelle que par le principe de récurrence $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- **Le statut de l'égalité**

Selon B. Grugeon-Allys et J. Pilet (2017), l'égalité revêt un double statut : le statut d'annonceur d'un résultat et le statut d'une relation d'équivalence. En effet, en arithmétique, le signe d'égalité est utilisé de façon dominante comme signe d'annonce de résultat ($4+3=7$). Dans des tâches spécifiques de calcul réfléchi, le signe d'égalité intervient comme relation d'équivalence avec la réécriture d'expressions numériques ayant la même valeur, en appui sur les propriétés des opérations et de la numération ($47+14=47+3+11=50+11=61$).

L'égalité peut aussi indiquer les étapes d'un programme de calcul et peut conduire à des écritures incorrectes. Par exemple, l'écriture $50-24=26+12=38$ ne respecte pas la symétrie et la transitivité de l'égalité.

Toutes nos propositions ne peuvent être insérées dans le présent document pour des contraintes du nombre de pages. Ces suggestions seront implémentées pour en tirer les conséquences avant une possible vulgarisation.

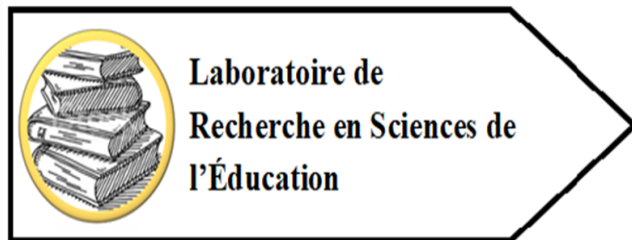
Conclusion

Cette recherche avait pour ambition de faire l'état des lieux et d'analyser les pratiques des enseignants à propos de l'enseignement de la logique mathématique au secondaire de l'enseignement général au Burkina Faso. Des hypothèses ont été formulées et des données ont été collectées. L'analyse et l'interprétation de ces données ont permis de confirmer que les difficultés de l'enseignement de la logique mathématique étaient dues aux connaissances erronées des professeurs, à une mauvaise appréhension des instructions officielles, sources de mauvaises pratiques enseignantes à propos de la logique mathématique. Des suggestions ont été formulées pour l'amélioration de l'enseignement-apprentissage de cette notion dans l'enseignement secondaire au Burkina Faso. Une proposition de contenus pour une autoformation des enseignants en logique mathématique a été faite. Des propositions concrètes de documents, d'exercices, d'activités à donner aux professeurs, afin qu'ils puissent mieux enseigner les notions de logique mathématique tout en respectant les instructions du programme dès leur validation, ont été faites. Cependant, elles ne peuvent pas être détaillées pour des raisons de taille de l'écrit. Une nouvelle grille d'observation incluant les aspects « logiques mathématiques » est aussi proposée aux encadreurs afin que ces aspects soient sérieusement pris en compte lors des visites-conseils de classe au post-primaire et au secondaire.

En perspective, des recherches sur l'enseignement-apprentissages de la logique mathématique à la maternelle et au primaire sont proposées, car la logique mathématique commence déjà à ces niveaux et comprendre ce qui s'y passe sera sans doute très bénéfique pour l'enseignement au secondaire.

Bibliographie

- BARRIER Thomas, DURAND-GUERRIER Viviane & MESNIL Zoé, 2019, « L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématiques », *Éducation et didactique* [En ligne], 13-1 | 2019, mis en ligne le 01 janvier 2021, consulté le 28 janvier 2022.
- BROUSSEAU Guy, 1998, *Théorie des situations didactiques* (Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield), Grenoble : La pensée sauvage
- DOISE Willem & MUGNY Gabriel, 1981, *Le développement social de l'intelligence*, Inter Éditions.
- DURAND-GUERRIER Viviane & ARSAC Gabriel, 2003, Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques ? *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol.23 n°3.
- GRUGEON-ALLYS Brigitte & PILET Julia, 2017, « Le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du langage algébrique conventionnel ». *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, Volume 20, numéro 3, 2017, p. 106–130
- HACHE Christophe & MESNIL Zoé, 2012, « Élaboration d'une formation à la logique pour les professeurs de mathématiques ». Jun 2012, Besançon, France, p.201-223. [hal-00874279](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00874279) mis en ligne le 6 Novembre 2013. Consulté le 31 juillet 2022.
- KONOMBO Christophe, 2016, *Les difficultés de l'enseignement-apprentissage de la démonstration en classe de Terminale D. École Normale Supérieure/Université de Koudougou*, Mémoire de fin de formation à la fonction d'Inspecteur de l'Enseignement secondaire.
- MESNIL Zoé, 2014, La logique : d'un outil pour le langage et le raisonnement mathématique vers un objet d'enseignement. Histoire et perspectives sur les mathématiques [math.HO]. Université Paris Diderot, 2014, Français. [tel-01114281v3](https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01114281v3)
- MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRE, SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE, 1996, programmes de mathématiques du second cycle de l'enseignement général d'octobre 1996 du Burkina Faso.
- MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRE, SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE, 1991, programmes de mathématiques du second cycle de l'enseignement général d'octobre 1991 du Burkina Faso.
- MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRE, SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE, 2009, Arrêté n°2009-308/MESSRS/SG/DGIFPE/DI/IM du 19 octobre 2009 portant application des nouveaux programmes de mathématiques en classe de 6ème, 5ème, 4ème et 3ème dans l'enseignement général post-primaire du Burkina Faso.
- ROUCHE Nicolas, 1995, *L'enseignement des mathématiques d'hier à demain*, Nivelles, CREM.
- SAWADOGO Timbila, 2014, Transition secondaire/supérieur : causes d'échec en mathématiques dans les filières scientifiques de l'Université de Ouagadougou, Éducation, Université de Koudougou, 2014. Français. [tel-01384302](https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01384302).
- TANGUAY Denis & MATHIEU-SOUCY Sarah, 2015, *Logique et enseignement des mathématiques*. Bulletin AMQ, Vol. LV, no 1, mars 2015, URL : <https://dx.doi.org/10.4135/9781412984584>, mis en ligne le 1^{er} janvier 2011, Consulté le 12 mars 2022.



LAKISA, est une revue semestrielle à comité scientifique et à comité de lecture des sciences de l'éducation du Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation (LARSCED) de l'École Normale Supérieure de l'Université Marien Ngouabi (Congo). Elle a pour objectif de promouvoir la Recherche en Éducation à travers la diffusion des savoirs dans ce domaine. La revue publie des articles originaux dans le domaine des sciences de l'éducation (didactique des disciplines, sociologie de l'éducation, psychologie des apprentissages, histoire de l'éducation, ou encore philosophie de l'éducation...) en français et en anglais. Elle publie également, en exclusivité, les résultats des journées et colloques scientifiques.

Les auteurs qui soumettent des articles dans la revue *LAKISA* sont tenus de respecter les principes et normes éditoriales CAMES de présentation d'un article en Lettres et Sciences Humaines (NORCAMES/LSH) ainsi que la typographie propre à la revue.

L'ensemble des articles publiés dans la revue *LAKISA* sont en libre accès (accès gratuit immédiat aux articles, ces articles sont téléchargeables à toutes fins utiles et licite) sur le site internet de la revue. Cependant, les opinions défendues dans les articles n'engagent que leurs auteurs. Elles ne sauraient être imputées aux institutions auxquelles ils appartiennent ou qui ont financé leurs travaux. Les auteurs garantissent que leurs articles ne contiennent rien qui porte atteinte aux bonnes mœurs.

Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation (LARSCED)
École Normale Supérieure (ENS)
Université Marien Ngouabi (UMNG)

ISSN: 2790-1270 / en ligne
2790-1262 / imprimé

Éditeur : LARSCED

www.lakisa.larsced.cg
revue.lakisa@larsced.cg
revue.lakisa@umng.cg

BP : 237, Brazzaville-Congo