Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation

LAISA

Revue des Sciences de l'Éducation

ISSN: 2790-1270 / en ligne 2790-1262 / imprimé



N°3, Juin 2022 École Normale Supérieure Université Marien Ngouabi

LAKISA

Revue des Sciences de l'Éducation Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation (LARSCED)

École Normale Supérieure (ENS)

Université Marien Ngouabi (UMNG)

ISSN: 2790-1270 / en ligne 2790-1262 / imprimé

Contact

www.lakisa.larsced.cg

E-mail:

revue.lakisa@larsced.cg
revue.lakisa@umng.cg

Tél: (+242) 06 639 78 24

BP: 237, Brazzaville-Congo

Directeur de publication

MALONGA MOUNGABIO Fernand Alfred, Maître de Conférences (Didactique des disciplines), Université Marien NGOUABI (Congo)

Rédacteur en chef

BAYETTE Jean Bruno, Maître de Conférences (Sociologie de l'Education), Université Marien NGOUABI (Congo)

Comité de rédaction

- ALLEMBE Rodrigue Lezin, Maitre-Assistant (Didactique de l'Anglais), Université Marien Ngouabi (Congo)
- EKONDI Fulbert, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)
- KIMBOUALA NKAYA, Maitre-Assistant (Didactique de l'Anglais), Université Marien Ngouabi (Congo)
- KOUYIMOUSSOU Virginie, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)
- LOUYINDOULA BANGANA YIYA Chris Poppel, Maitre-Assistant (Didactique des disciplines), Université Marien Ngouabi (Congo)
- MOUSSAVOU Guy, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)
- OKOUA Béatrice Perpétue, Maitre-Assistant (Sciences de l'Éducation), Université Marien Ngouabi (Congo)

Comité scientifique

- ALEM Jaouad, Professeur-agrégé (Mesure et évaluation en éducation), Université Laurentienne (Canada)
- ATTIKLEME Kossivi, Professeur Titulaire (Didactique de l'Education Physique et Sportive), Université d'Abomey-Calavi (Bénin)
- DUPEYRON Jean-François, Maître de conférences HDR émérite (philosophie de l'éducation), université de Bordeaux Montaigne (France)
- EWAMELA Aristide, Maître de Conférences (Didactique des Activités Physiques et Sportives), Université Marien NGOUABI (Congo)
- HANADI Chatila, Professeur d'Université (Sciences de l'Education- Didactique de Sciences), Université Libanaise (Liban)
- HETIER Renaud, Professeur (Sciences de l'éducation), UCO Angers (France)
- KPAZAI Georges, Professeur Titulaire (Didactiques de la construction des connaissances et du Développement des compétences), Université Laurentienne, Sudbury (Canada)
- LAMARRE Jean-Marc, Maître de conférences honoraire (philosophie de l'éducation), Université de Nantes, Centre de Recherche en Education de Nantes (France)
- LOMPO DOUGOUDIA Joseph, Maître de Conférence (Sciences de l'Education), Ecole Normale Supérieure de Koudougou (Burkina Faso)
- LOUMOUAMOU Aubin Nestor, Professeur Titulaire (Didactique des disciplines, Chimie organique), Université Marien Ngouabi (Congo)
- MANDOUMOU Paulin, Maitre de conférences (Didactique des APS), Université Marien NGOUABI (Congo)
- MOPONDI BENDEKO MBUMBU Alexandre David, Professeur Ordinaire (Didactique des mathématiques), Université Pédagogique Nationale (République Démocratique du Congo)
- NAWAL ABOU Raad, Professeur d'Université (Sciences de l'Education- Didactique des Mathématiques), Faculté de Pédagogie- Université Libanaise (Liban)
- PAMBOU Jean-Aimé, Maître de Conférences (Sociolinguistique-Didactique du français langue étrangère et seconde- Grammaire nouvelle), Ecole Normale Supérieure du Gabon (Gabon)
- PARÉ/KABORÉ Afsata, Professeur Titulaire (Sciences de l'éducation), Université Norbert Zongo à Koudougou (Burkina Faso)

- RAFFIN Fabrice, Maître de Conférences (Sociologie/Anthropologie), Université de Picardie Jules Verne (France)
- VALLEAN Tindaogo, Professeur Titulaire (Sciences de l'éducation), Ecole Normale Supérieure de Koudougou (Burkina Faso)

Comité de lecture

- LOUSSAKOUMOUNOU Alain Fernand Raoul, Maître de Conférences (Grammaire et Linguistique du Français), Université Marien Ngouabi (Congo)
- MASSOUMOU Omer, Professeur Titulaire (Littérature française et Langue française), Université Marien Ngouabi (Congo)
- NDONGO IBARA Yvon Pierre, Professeur Titulaire (Linguistique et langue anglais), Université Marien Ngouabi (Congo)
- NGAMOUNTSIKA Edouard, Professeur Titulaire (Grammaire et Linguistique du Français), Université Marien Ngouabi (Congo)
- ODJOLA Régina Véronique, Maître de Conférences (Linguistique du Français), Université Marien Ngouabi (Congo)

SOMMAIRE

Problématique de l'atteinte des objectifs assignés dans l'enseignement de l'anglais au secondaire au Togo. Cas des écoles la Sagesse et la Clémence Divine situées à Lomé Afaïtom TEKPETI et Kokou AWOKOU
Facteurs d'abandon scolaire des enfants réfugiés maliens à <i>Ouallam</i> au Niger Ibrahima TRAORÉ et Abdoul-razak OUMAROU MOUMOUNI
Encadrement familial et performance scolaire des élèves du lycée municipal de Kononfla (côte d'ivoire)
Loulou Nan GOMATHY SOUMAHORO
Faso Kirsi Jean-Pierre DOUAMBA et Sylvain KIENDREBEOGO
Gestion des élèves victimes de grossesses précoces ou non désirées dans les établissements publics d'enseignement post- primaire et secondaire
Alphonse NAGNON et Yombo Paul DIABOUGA
Les jugements scolaires des élèves sur l'école primaire à Libreville. Analyse sociologique d'une expérience écolière Hermine MATARI
Contenus des programmes d'histoire et construction nationale au Gabon et au Sénégal. Contribution a une sociologie comparée des programmes scolaires en francophonie du sud Dany Daniel BEKALE
Les compétences et les usages numériques des étudiants de l'Université Thomas SANKARA
Dimkêeg Sompassaté Parfait KABORÉ, P. Marie Bernadi OUEDRAOGO et Lucier ZAONGO
L'évolution du langage dans le handicap mental : cas de la trisomie 21 Gnamien Yao Sabine EHOUSSOU
À propos de l'Articulation Primaire & Secondaire : cas du Théorème de Thalès Alexandre David MOPONDI BENDEKO MBUMBU et Benjamin MUGARU DAWA119

Enseignement-apprentissage de la démonstration par récurrence en série D au Burkina Faso

Kirsi Jean-Pierre DOUAMBA (Burkina Faso)

E-mail: <u>kjpdouamba@gmail.com</u>

Sylvain KIENDREBEOGO (Burkina Faso),

E-mail: sylvainkiendre@gmail.com

Résumé

L'insuccès massif des candidats dans les exercices sur la démonstration par récurrence au baccalauréat de la série D au Burkina Faso nous a conduits à mener une réflexion sur l'apprentissage de cette démonstration des élèves. À partir d'un test soumis à des élèves des classes de Première D et de Terminale D, nous répertorions les types de difficultés que rencontrent les élèves dans son apprentissage. Ces difficultés sont en partie dues aux pratiques des enseignants de mathématiques dans l'enseignement de la démonstration par récurrence.

Mots clés : Difficultés d'apprentissage, pratiques enseignantes, démonstration par récurrence, Série D.

Abstract

The massive failure of the candidates in the exercises on the demonstration by recurrence in the Baccalaureate series D in Burkina Faso led us to reflect on the learning of the demonstration by recurrence of the students. From a test submitted to students in "Première D" and "Terminale D" classes, we list the types of difficulties that students encounter in learning this demonstration. These difficulties are in part due to the practices of mathematics teachers in teaching recurrence proof.

Keywords: Learning difficulties, teaching practices, demonstration by recurrence, Serie D.

Introduction

La démonstration est un objectif d'apprentissage dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée au Burkina Faso. Elle constitue aussi une source de difficultés dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Elle a fait l'objet de journées pédagogiques (DGIFPE¹/Inspection de mathématiques, 1998) dont l'objectif était de former les enseignants sur son enseignement-apprentissage. Les travaux de recherche de K. J-P. Douamba (2019) ont montré que de futurs enseignants en situation de stage manifestaient des difficultés dans la résolution d'exercices de démonstration en géométrie. Selon C. Konombo (2016), les élèves en classe de Terminale D ont des difficultés dans l'apprentissage de la démonstration.

En ce qui concerne particulièrement la démonstration par récurrence, nous avons constaté que les élèves ont de mauvaises performances sur la démonstration par récurrence. Par exemple, à la session de 2019 de l'examen du Baccalauréat², nous avons examiné la production en mathématiques de 249 candidats de la série D d'un jury. Le problème de mathématiques a comporté des questions sur la démonstration par récurrence. Nous avons dénombré 172 élèves qui n'ont pas abordé ces questions, 59 y ont donné des réponses erronées, et 18 ont trouvé les

¹ DGIFPE : Direction générale des Inspections et de la Formation des Personnels de l'Éducation.

² Source : données recueillies au jury n°347/Série D abritée par le Lycée Privé Moderne de Orodara.

bonnes réponses. Ce constat, de résultats très insuffisants, nous amène à nous intéresser à l'apprentissage de la démonstration par récurrence en contexte burkinabè. Nous posons alors les trois questions suivantes: Quelles sont les difficultés dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence en classe de série D? Quelles en sont les causes probables? Quelles stratégies pour l'amélioration de son apprentissage? Pour avoir des réponses à ces questions, nous investiguons sur les pratiques enseignantes des mathématiques et sur l'apprentissage de la démonstration par récurrence à travers des travaux de recherche en didactique des mathématiques.

Nous présentons dans cette partie des résultats de recherche sur des pratiques enseignantes pour favoriser l'apprentissage des mathématiques dans un premier temps, puis sur le principe de la démonstration par récurrence et son apprentissage dans un second temps.

Un élève, qui est incapable de manifester des compétences attendues à l'issue d'un apprentissage, montre une difficulté d'apprentissage de la notion étudiée. En mathématiques, les difficultés d'apprentissage sont, entre autres, mises en évidence à travers les erreurs commises par les élèves dans les résolutions d'exercices, de problèmes. Les théories cognitives³ considèrent l'erreur comme normale dans le processus d'apprentissage d'une notion. L'enseignant agit donc sur la règle productrice de l'erreur plutôt que sur l'erreur elle-même (J. Tardif, 1995). Selon L. DeBlois et S. René de Cotret (2005), le fait qu'un enseignant s'interroge sur la nature des erreurs des élèves, pourrait exploiter les erreurs « fertiles » et identifier les savoirs (connaissances institutionnalisées) qui font obstacle à l'apprentissage en jeu. La gestion des erreurs des élèves est une des tâches importantes dans les pratiques d'enseignement, car elle participe au développement de la compréhension des élèves pour les concepts enseignés. Le choix d'intervention en classe est orienté par la nature des interprétations que l'enseignant fait à l'égard des erreurs de ses élèves (L. DeBlois, 2006).

Selon A. Robert, É. Roditi & B. Grugeon (2007), plusieurs enseignants dans leur pratique, orientent les activités des élèves, les guident en permanence et leur donnent peu de temps de travail autonome. Cette pratique réduirait, au niveau des élèves, « leurs questionnements sur ce qu'il faut utiliser et leurs essais autonomes de mises en relation de connaissances variées » (A. Robert & al., 2007, p. 64). Pour S. Kahn & B. Rey (2008, p. 21), lorsqu'un enseignant cherche à rapprocher la notion à l'étude des « notions du sens commun, ou de réalités extérieures que les élèves sont censés connaître, voire de réalités extraites de leur univers affectif », il produirait une saisie approximative de la notion par les élèves. Des enseignants, à travers leur mode de travail (travail collectif, travail individuel en classe, absence ou peu de phases d'institutionnalisation ou de prise en compte des erreurs des élèves), choisissent d'influencer l'acquisition des connaissances de leurs élèves, ou leur réussite à certaines tâches mathématiques (A. Chesnais & J. Horoks, 2009).

En conclusion, l'apprentissage des élèves en mathématiques est fonction de la pratique de chaque enseignant, laquelle pratique inclut les choix pédagogiques, les évaluations (formative et sommative), les interactions avec les élèves, les sanctions et le climat de travail. Quel est le constat dans l'apprentissage des élèves sur la démonstration par récurrence?

La démonstration est un outil de validation dans la communauté des mathématiciens (N. Balacheff, 1987). Elle est une déduction rigoureuse qui montre qu'une proposition est vraie parce qu'elle est la conséquence nécessaire d'une proposition déjà admise (M. Lelouard, C. Mira & J-M. Nicolle, 1990). En nous basant sur la définition de la démonstration en mathématiques, nous établissons la récurrence comme un procédé de démonstration qui consiste à étendre à tous les termes d'une série, ce qui est valable pour les premiers termes. La démonstration par récurrence est un outil performant pour valider certaines propositions

_

³ Le cognitivisme, le constructivisme et le socioconstructivisme sont des courants de pensée en théories cognitives qui soutiennent que l'apprenant est le principal acteur de ses activités intellectuelles.

mathématiques, surtout en arithmétique (P. Egré, 2015). Son principe se base sur trois étapes : l'initialisation, l'hérédité et la conclusion. En effet, soit n_0 un entier naturel et P(n) une propriété définie pour tout entier $n \ge n_0$. Pour démontrer par récurrence la véracité de P(n), à *l'initialisation*, on vérifie que $P(n_0)$ est vraie. À l'étape de *l'hérédité*, l'hypothèse de récurrence et la démonstration de l'hérédité sont deux sous-étapes. Pour l'hypothèse de récurrence, on suppose que P(k) est vraie pour tout nombre entier $k \ge n_0$. Quant à la démonstration de l'hérédité, on prouve que P(k+1) est vraie à l'aide de l'hypothèse de récurrence. À l'étape de *la conclusion*, on affirme avoir démontré que P(n) est vraie pour tout nombre entier naturel $n \ge n_0$. Le principe de la récurrence peut se schématiser par :

$$\begin{array}{l} P(n_0) \ vraie \\ P(k) \ vraie \Rightarrow P(k+1) \ vraie \end{array} \Rightarrow P(n) \ vraie \ pour \ tout \ entier \ n, \ avec \ n \geq n_0$$

Lorsque la propriété P(n) à démontrer dépend d'un seul rang antérieur, la récurrence est appelée une récurrence simple. S'il arrive que pour démontrer P(k+1) dans l'hérédité, on ait besoin de supposer la propriété vraie à au moins deux rangs antérieurs, on parlera de récurrence double. Lorsqu'on a besoin de deux ou plus d'hypothèses pour la démonstration de l'hérédité, on parlera de récurrence forte. La récurrence double et la récurrence forte ne sont pas au programme de la série D au Burkina Faso. Nous venons ainsi d'exposer le principe de la démonstration par récurrence. Nous relevons ci-dessous des difficultés d'élèves dans l'apprentissage de la notion à travers certaines études.

Une étude menée en France par D. Grenier (2011), révèle que des connaissances en logique mathématique nécessaires pour la maîtrise de la démonstration par récurrence ne sont pas toujours acquises les étudiants/élèves. Elle constate également que certains manuels scolaires des niveaux secondaire et universitaire présentent de manière erronée le principe de la démonstration par récurrence. Cette recherche a inspiré M-A. Poulin (2013) qui, dans une étude similaire, montre qu'en Belgique la démonstration par récurrence occupe peu de place dans les manuels scolaires et sa compréhension est souvent très partielle et imparfaite chez les enseignants de mathématiques ; ce qui crée des répercussions sur la compréhension des élèves.

Selon les travaux de S. Mobarak et A. Moussaddar (2014), au Maroc, les élèves manifestent des difficultés dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence. Elles sont entre autres : une confusion entre l'étape de l'hérédité et celle de la conclusion ; une omission d'étapes du raisonnement par récurrence ; une confusion entre la proposition Pn et le nombre n; le franchissement de la première étape du raisonnement par récurrence (l'initialisation) ; la démonstration de l'hérédité ; une utilisation du raisonnement par récurrence même là où il ne le faut pas (Pn, avec n non entier). Ces auteurs expliquent ces difficultés par le fait que les élèves n'ont pas une bonne maîtrise des différents types de raisonnement en mathématiques et certains enseignants donnent aux élèves un temps d'assimilation insuffisant pour le raisonnement par récurrence.

Quant aux travaux de D. Gardes, M-L. Gardes & D. Grenier (2016), ils dégagent des difficultés d'élèves de Terminale S dans la compréhension et la mise en œuvre du raisonnement par récurrence. Ainsi, ils trouvent que les élèves ont des difficultés lorsque les notations de la propriété à démontrer par récurrence ne sont pas explicites et lorsqu'il n'y a pas de lien entre l'initialisation et l'hérédité. Sur l'étape de l'hérédité, les auteurs relèvent des manques et des erreurs liés à l'utilisation du quantificateur « quel que soit » ou « pour tout » et de l'implication. Des pistes pour remédier aux insuffisances sont alors faites ; elles rentrent dans la formulation des exercices dans les manuels scolaires et dans la rédaction des corrigés d'exercices sur le raisonnement par récurrence.

Les propositions des différentes études pourraient avoir un impact sur les pratiques d'enseignement-apprentissage sur la démonstration par récurrence. Cependant, la pratique

enseignante sur la notion ne semble pas être explicitement évoquée. Dans la partie suivante, nous développons notre méthodologie de recherche afin d'avoir des résultats pertinents pour notre étude.

1. Méthodologie de la recherche

Pour cette recherche, nous avons adopté la méthode mixte qui combine la méthode quantitative et celle qualitative. Elle nous permettra d'une part de déterminer l'ampleur des difficultés des élèves dans la démonstration par récurrence et, d'autre part, de décrire les causes de ces difficultés.

Pour recueillir les données indispensables à nos investigations, nous avons opté pour :

- un test sur table pour des élèves de classes de Première D et de Terminale D;
- un questionnaire adressé aux enseignants tenant ou ayant tenu des classes de Première D ou de Terminale D :
- un questionnaire adressé aux élèves des classes de Première D et de Terminale D;
- un guide d'entretien semi-dirigé;
- un guide d'analyse de documents pédagogiques.

Le test et le questionnaire adressés aux élèves ont concerné deux-cent-sept (207) élèves dont soixante-seize (76) élèves de la classe de Première D et cent-trente-et-un (131) élèves de celle de Terminale D. Le test comporte sept (7) exercices et est utilisé pour repérer les différentes erreurs commises par les élèves dans la mise en œuvre de la démonstration par récurrence. Quant aux questionnaires, ils sont utilisés pour recueillir des données sur les pratiques des enseignants enquêtés et celles sur les difficultés des élèves enquêtés dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence.

L'entretien semi-dirigé vise la compréhension des types d'erreurs commises par les élèves dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence. Quant à l'analyse des documents pédagogiques (cahiers de textes, cahiers de cours et cahiers d'exercices des élèves), elle permet d'identifier les types d'exercices proposés par les enseignants.

Pour garder l'anonymat des enquêtés, nous désignons par Ens1, Ens2, Ens3... et Ens11, les différents enseignants ayant participé à l'étude. De même, nous désignons par E001, E002, E003, ... et E207, les différents élèves ayant participé à l'étude.

2. Résultats de l'analyse

Nous présentons les difficultés des élèves dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence en classe de série D et les causes probables de ces difficultés. Ensuite, nous proposons des stratégies pour une amélioration de l'apprentissage de cette notion de récurrence.

2.1. Difficultés d'apprentissage de la démonstration par récurrence

2.1.1. Ampleur des difficultés

Les sept exercices ci-dessous, à traiter en une heure, constituent le test sur table soumis aux élèves.

Exercice 1

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = U_n + 2n + 3$ pour tout entier naturel n. Démontrer que la suite (U_n) est croissante.

Exercice 2

Démontrer que pour tout entier naturel n, $n^2 + 5n$ est un nombre pair.

Exercice 3

On définit la suite (U_n) par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 3$ pour tout entier naturel n. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a : $U_n = 3 - 2^n$.

Exercice 4

Démontrer que pour tout entier naturel $n \ge 4$, on $a : 2^n \ge n^2$.

Exercice 5

On définit la suite (U_n) par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 3$ pour tout entier naturel n. Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a : $U_n = 3 - 2^n$.

Exercice 6

Démontrer, par récurrence que, pour tout entier naturel $n \ge 4$, on $a : 2^n \ge n^2$.

Exercice 7

Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel non nul n, l'entier $3^{2n} + 2^{6n-5}$ est multiple de 11.

Dans les quatre premiers exercices ci-dessus, la consigne "démontrer par récurrence" n'est pas explicitement donnée. L'objectif est de voir si les élèves expriment une nécessité ou pas d'utiliser la récurrence pour la résolution de ces exercices. Quant aux trois derniers exercices, la consigne "démontrer par récurrence" est explicitement donnée. L'objectif est de repérer les différentes erreurs commises par les élèves dans les étapes de la démonstration par récurrence.

Le tableau 1 ci-dessous donne, par exercice, les nombres d'élèves ayant réussi, n'ayant pas réussi et n'ayant pas traité un exercice.

Tableau 1 : Répartition des 207 élèves suivant la réussite à un exercice

Exercice	Nombre d'élèves ayant réussi	Nombre d'élèves ayant traité, mais n'ont pas réussi	Nombre d'élèves n'ayant pas traité l'exercice	Taux d'échec à l'exercice	
Exercice 1	88	116	3	57,49%	
Exercice 2	10	130	67	95,17%	
Exercice 3	8	141	58	96,14%	
Exercice 4	3	112	92	98,55%	
Exercice 5	33	153	21	84,06%	
Exercice 6	3	172	32	98,55%	
Exercice 7	0	88	119	100%	

Source : Analyse des productions des élèves au test portant sur le raisonnement par récurrence.

Le tableau 2 suivant donne la répartition des élèves n'ayant pas réussi les quatre premiers exercices en utilisant la démonstration par récurrence.

Tableau 2 : Répartition des élèves n'ayant pas reconnu la nécessité d'utiliser la récurrence

Exercice	Nombre d'élèves ayant utilisé la récurrence	Nombre d'élèves n'ayant pas utilisé la récurrence	Total	Taux de ceux qui n'ont pas trouvé la nécessité d'utiliser la récurrence
Exercice 1	19	97	116	
Exercice 2	14	116	130	89,23%
Exercice 3	31	110	141	78,01%
Exercice 4	29	83	112	74,10%

Source : Analyse des productions des élèves au test portant sur le raisonnement par récurrence.

NB : la résolution de l'exercice 1 ne nécessite pas l'utilisation de la récurrence.

Le tableau 3 ci-dessous donne la répartition des élèves suivant leurs difficultés dans une étape de la démonstration par récurrence.

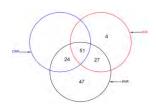
Tableau 3 : Répartition des élèves suivant leurs difficultés dans une étape de la démonstration par récurrence

	Nombre d'élèves	Nombre d'élèves n'ayant pas réussi l'étape de				
Exercice	n'ayant pas réussi l'exercice	L'initialisation	L'hérédité	La conclusion		
Exercice 5	153	82	149	75		
Exercice 6	172	95	172	88		
Exercice 7	88	30	88	48		

Source : Analyse des productions des élèves au test portant sur le raisonnement par récurrence.

Nous faisons remarquer que sur chaque ligne du tableau 3, la somme des nombres d'élèves n'ayant pas réussi une étape dans un exercice donné n'est pas égale au nombre d'élèves n'ayant pas réussi l'exercice; ceci s'explique par le fait qu'il existe des élèves ayant des difficultés dans une étape, deux étapes ou trois étapes de la récurrence. Le graphique 1 cidessous illustre notre propos.

Graphique 1: Répartition des élèves en difficulté dans l'exercice 5 suivant leurs difficultés dans une étape de la démonstration par récurrence (INR : initialisation non réussie ; HNR : hérédité non réussie ; CNR : conclusion non réussie)

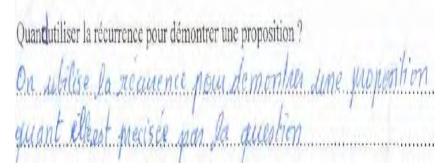


L'analyse statistique des résultats du test sur table montre que les difficultés se situent essentiellement au niveau de la nécessité d'utiliser la récurrence lorsque la consigne ne l'exprime pas explicitement et de l'étape de l'hérédité. L'analyse qualitative des résultats du test a permis de dresser une typologie de ces difficultés.

2.1.2. Les types de difficultés

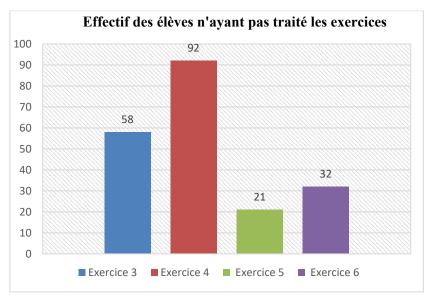
De l'analyse des copies et des réponses au questionnaire adressé aux élèves, nous identifions neuf types de difficultés. Nous illustrons chaque type de difficultés par un extrait d'une copie ou d'une réponse à une question.

Type 1 : Mobilisation de la propriété de la démonstration par récurrence lorsque la consigne "démontrer par récurrence" ne figure pas dans un énoncé



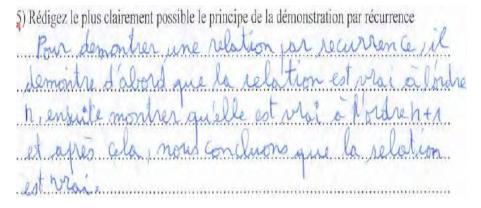
Le graphique 2 ci-dessous illustre que quand la consigne n'est pas intégrée dans l'énoncé d'un exercice, les élèves sont plus bloqués. En effet, contrairement aux exercices 3 et 4, la consigne "démontrer par récurrence" est présente dans les énoncés des exercices 5 et 6.

Graphique 2 : Effectif des élèves n'ayant pas traité les exercices 3, 4, 5 et 6 sur un effectif total de 207

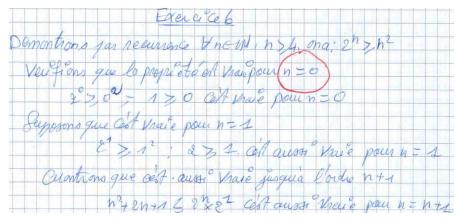


Source : Analyse des productions des élèves au test portant sur le raisonnement par récurrence

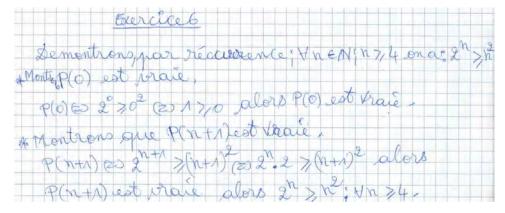
Type 2 : Omission de l'initialisation



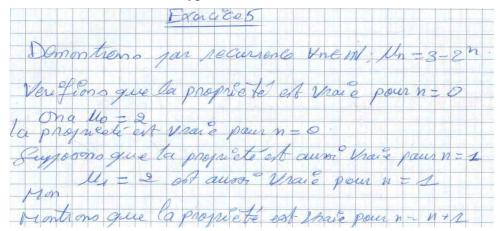
Type 3: Tendance à toujours commencer l'initialisation par n = 0



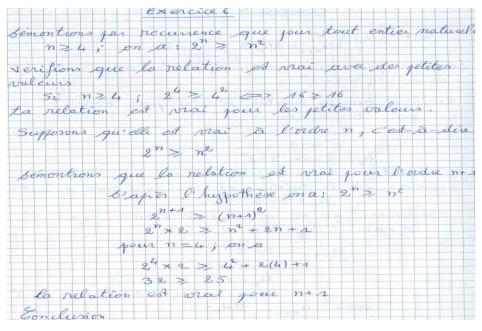
Type 4 : Omission de l'hypothèse de récurrence



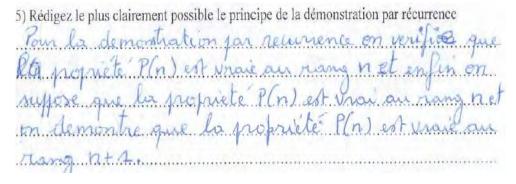
Type 5 : Mauvaise formulation de l'hypothèse de récurrence



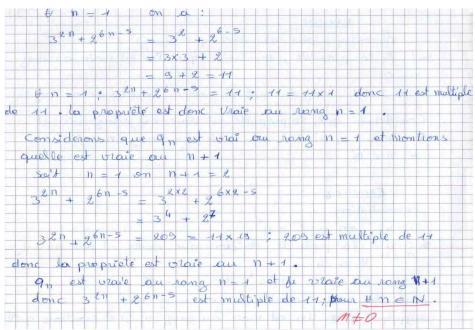
Type 6 : Difficulté à démontrer l'hérédité (difficulté à retrouver la propriété appropriée)



Type 7: Omission de la conclusion



Type 8 : Mauvaise formulation de la conclusion



Type 9 : Vérification sur deux, trois, voire quatre premiers termes afin de conclure

Dé	montnons	gue	t'n	Exer EN	ice 2	+ 511	est un	rom bnc	pair
• Poun	$n \leq \lambda_j$	on	a :	(1) E+	5(1)	= 6	; 6 ist	pain	
Pour	n = &)	on	a :	(2)2 -	+5(2)	= 14	· 14 0	t pain	
Loun Don	n = 3;	on N · r	a :	(3)2 1 est	+ 5 (3)	= SU	; 24 (pair .	est pair	

En trois points, nous résumons les difficultés des élèves sur la démonstration par récurrence.

Premièrement, des élèves n'ont pas la compétence de déceler la nécessité de la récurrence pour démontrer une propriété lorsque la consigne n'est pas explicitement exprimée dans l'énoncé d'un exercice.

Deuxièmement, ils n'ont pas la compétence de mettre en œuvre la démonstration par récurrence dans ses différentes étapes (initialisation, formulation de l'hypothèse, démonstration de l'hérédité, conclusion). Ils omettent l'initialisation et ont tendance à commencer par n=0. Ils omettent également la formulation de l'hypothèse de récurrence ou en font une formulation erronée. Ils n'arrivent pas à trouver la propriété appropriée pour la démonstration de l'hérédité. Enfin, ils omettent la conclusion ou font une formulation erronée de la conclusion.

Troisièmement, ils font une vérification sur deux, trois, voire quatre premiers termes et tirent une conclusion sur la démonstration.

2.2. Causes probables des difficultés d'apprentissage de la démonstration par récurrence

Les enseignants et les élèves se rejettent les responsabilités des difficultés dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence. Les extraits de réponses aux questionnaires illustrent cet état de fait :

... En réalité, moi je crois que c'est surtout un manque d'entraînement. Même dans les autres notions, ils ne s'en sortent pas facilement. Pourtant il faut s'entraîner pour être endurant (extrait Ens5).

Quand monsieur a fait le cours, il a donné un seul exemple et n'est plus revenu là-dessus. On n'a pas fait d'exercices, n'en parlons pas de devoir. Ça fait qu'on a des problèmes. Les causes sont le manque de compréhension depuis la classe de première D et l'erreur du professeur pour n'avoir pas fait de révision en classe de terminale D (extrait E002).

Je pense que les difficultés se situent au niveau du cours proprement dit. Les différentes étapes de la démonstration par récurrence ne sont pas si claires que ça. Les étapes de démonstration que j'ai eue à voir avec mon professeur de mathématiques en classe me sont très compréhensibles, mais dès que j'ai voulu les appliquer à votre série d'exercices, j'ai eu assez de difficultés à le faire. Je ne sais pas si la démarche diffère d'un exo à un autre (extrait E030).

L'extrait de l'enseignant Ens5 est partagé par d'autres enseignants enquêtés. Pour ces enseignants, les élèves n'apprennent pas leurs leçons et ne s'entraînent pas suffisamment en faisant des exercices. Cependant, certains enseignants attribuent aux causes des difficultés les pratiques enseignantes. Les extraits ci-dessous sont illustratifs.

La tendance à commencer l'initialisation par n = 0 est due à une confusion entre n_0 et 0; il y a eu un manque de précision de la part de l'enseignant (extrait Ens11).

Les causes des difficultés des élèves sont multiples ; soit l'enseignant n'a pas bien expliqué la démonstration et ses élèves n'ont pas fait d'exercices d'application, soit l'enseignant ne maîtrise pas la démonstration (extrait Ens8).

Tout en accusant les élèves de leurs difficultés d'apprentissage, les pratiques enseignantes seraient aussi en partie à l'origine de ces difficultés.

Des questionnaires et des exploitations des documents, nous retenons que la démonstration par récurrence est enseignée en tant qu'objet de cours en classe de Première D. Elle n'est pas introduite par une activité dite introductrice. En classe de Terminale D, elle est seulement rappelée à l'occasion d'un cours ou d'un exercice. Très peu d'exercices de maison sur la démonstration par récurrence sont proposés aux élèves et la plupart de ces exercices proposés ont l'entier naturel 0 comme ordre initial ($n_0 = 0$). Nous relevons également qu'il y a très peu de devoirs comportant des questions de démonstration par récurrence.

2.3. Suggestions des enseignants sur l'apprentissage de la démonstration par récurrence

Nous énumérons les suggestions faites par les enseignants enquêtés pour une amélioration de l'apprentissage de la démonstration par récurrence. Ils proposent :

- d'amener les élèves à retenir les étapes de la récurrence et à toujours utiliser l'hypothèse de récurrence pour la démonstration de l'hérédité ;
- de diversifier les exercices et d'évaluer les élèves après leur apprentissage sur la démonstration par récurrence ;
- d'introduire le chapitre sur les suites numériques parmi les premiers chapitres de mathématiques en classe de Première D ; cela permettrait de faire des évaluations sur la récurrence tout au long de l'année scolaire ;
- de rappeler ce chapitre en classe de Terminale D.

3. Discussion des résultats

Dans cette partie, nous menons une discussion sur les résultats de notre travail de recherche. Cette discussion se rapporte aux difficultés des élèves dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence, aux causes de ces difficultés et aux stratégies d'amélioration de cet apprentissage.

3.1. Difficultés des élèves dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence

L'absence de la consigne « démontrer par récurrence » dans l'énoncé d'un exercice semble constituer un obstacle aux élèves ; ils n'ont pas la compétence de recourir à la récurrence pour résoudre un tel exercice (cf. graphique 2).

De plus, lorsque des élèves trouvent la nécessité de passer par la récurrence ou lorsque la consigne "démontrer par récurrence" est précisée dans un exercice, certains ne parviennent pas à mettre en œuvre les différentes étapes de la démonstration par récurrence. Des erreurs repérées dans les productions de ces élèves sont, entre autres, la tendance de toujours commencer l'initialisation par n=0 et la mauvaise formulation de la conclusion.

Les erreurs telles que l'omission de l'initialisation, la tendance à toujours commencer l'initialisation par n=0, la difficulté à retrouver la propriété appropriée pour la démonstration de l'hérédité et l'omission de la conclusion sont des résultats soutenus par ceux de S. Mobarak & A. Moussaddar (2014). Cependant, nos résultats montrent d'autres types de difficultés tels que la nécessité d'utiliser la récurrence, l'omission de l'hypothèse de récurrence ou sa mauvaise formulation, la vérification de la propriété par quelques premiers termes et la mauvaise formulation de la conclusion. La pratique de la démonstration par récurrence obéit à une logique mathématique rigoureuse et la moindre imperfection dans une proposition de réponse est perçue comme une insuffisance. Notre étude a donc permis d'identifier de nouvelles insuffisances d'élèves dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence.

3.2. Causes probables des difficultés d'apprentissage de la démonstration par récurrence

La démonstration par récurrence est une nouvelle notion en classe de Première. Dans notre recherche, nous constatons qu'aucun enseignant n'a introduit la démonstration par récurrence en classe de Première par une activité introductrice; tous les enseignants institutionnalisent le savoir de façon prématurée. Or, au Burkina Faso, les instructions officielles des programmes d'enseignement de mathématiques recommandent que les nouvelles notions soient introduites par des activités dites introductrices (DGIFPE, 1992^4 , 1993^5). Cette pratique des enseignants relève d'une approche transmissive de l'enseignement; elle serait une source de difficultés de compréhension des élèves dans la mise en œuvre de la démonstration par récurrence. En outre, les enseignants ne donnent pas suffisamment d'exercices variés aux élèves; la plupart des exercices de maison ne sont pas corrigés en classe. L'ordre initial proposé dans les exercices est dans la plupart des cas égal à 0, ce qui explique la tendance des élèves à commencer l'initialisation par n=0. Dans les évaluations sommatives proposées aux élèves, on y trouve rarement des exercices portant sur la démonstration par récurrence.

Les déclarations des élèves concernant les pratiques de leurs enseignants sont celles que nous avons constatées dans l'exploitation des documents pédagogiques. En somme, l'enseignement de la démonstration par récurrence ne semble pas suivre la démarche décrite dans les instructions officielles pour l'enseignement des mathématiques au Burkina Faso. Au regard de ce que nous venons de mentionner, nous pouvons affirmer que les pratiques enseignantes sont source des difficultés des élèves de la série D dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence. Notre affirmation est un résultat soutenu dans l'étude de T. Dias (2018).

3.3. Stratégies d'amélioration de l'apprentissage de la démonstration par récurrence

Les enseignants enquêtés ont une formation académique et professionnelle requise pour enseigner dans les classes de la série D. Ils ont émis trois suggestions allant dans le sens d'une amélioration de l'enseignement-apprentissage de la démonstration par récurrence. Nous y apportons notre appréhension sur l'enseignement de la démonstration par récurrence et proposons des stratégies d'amélioration de son apprentissage.

Premièrement, les enseignants insistent sur la rétention des étapes de la récurrence par les élèves et sur l'utilisation de l'hypothèse de récurrence pour la démonstration de l'hérédité. Cela confirme leurs pratiques transmissives dans l'enseignement de la récurrence. Nous insistons donc sur l'introduction d'activités dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence en classe de Première D. Ces activités servent à donner du sens aux concepts mathématiques, à entraîner les élèves à l'activité scientifique et à promouvoir l'acquisition de méthodes (I. Ouédraogo & T. Traoré, 2007). Si elles sont bien choisies et bien menées en classe, elles permettront aux élèves de comprendre le principe de la récurrence.

Deuxièmement, ils proposent la diversification des exercices dans leurs pratiques d'enseignement sur la récurrence et l'évaluation des élèves après un temps d'apprentissage. En effet, l'enseignant doit réguler les démarches d'apprentissage de l'élève. L'évaluation formative est d'abord une démarche de prise d'information et de régulation. Au-delà de la régulation, l'enseignant pourra modifier certaines caractéristiques des situations telles que les règles du jeu, mais pas le contenu des situations (P. Jonnaert & C. Vander Borght, 2009). En ce sens, les exercices d'application, les exercices de maison et la diversification des types d'exercices permettent à l'élève d'améliorer ses apprentissages. Par exemple, notre étude montre que les enseignants pourraient proposer en classe des exercices n'ayant pas la consigne "Démontrer par récurrence" et dont la résolution nécessite l'utilisation de la récurrence. Les

_

⁴ DGIFPE (1992) : Programme de mathématiques : classe de première D, MESSRS, Ouagadougou. ⁵ DGIFPE (1993) : Programme de mathématiques : classe de terminale D, MESSRS, Ouagadougou.

obstacles d'origine didactique sont source d'erreurs (G. Brousseau, 1998) et la diversification des exercices vise, entre autres, à aider les élèves à s'affranchir de ces types d'obstacles. La découverte des types d'erreurs par l'élève sur la récurrence serait un gain dans la réussite aux exercices sur ce contenu. Le fait de s'interroger sur les erreurs permet d'exploiter les erreurs « fertiles » et d'identifier les connaissances institutionnalisées qui font obstacle à l'apprentissage (L. DeBlois & S. René de Cotret, 2005). Les interprétations des erreurs de ses élèves orientent les interventions en classe (L. DeBlois, 2006). Une pratique d'enseignement prenant en compte la gestion des erreurs des élèves participe au développement de leur compréhension sur le concept étudié. L'élève n'améliore ses apprentissages qu'à travers des problèmes qui le mettent en situation de réflexion personnelle pour mieux appréhender la nécessité d'utiliser une récurrence ou pas et celle d'utiliser les étapes de cette démonstration.

Troisièmement enfin, ils suggèrent d'enseigner le chapitre sur les suites numériques parmi les premiers chapitres à exécuter dans la progression de la classe de Première D. Cette suggestion semble aller dans la conception d'un enseignement transmissif, car selon eux, ce procédé permet d'évaluer tout au long de l'année scolaire le contenu sur les suites numériques et en l'occurrence sur la démonstration par récurrence ; une pratique qui semble viser la répétition des "faits et gestes" pour une mémorisation à long terme.

Conclusion

Le principe de récurrence est un outil de preuve centrale pour une multitude de théorèmes en arithmétique, car il existe des théorèmes pour lesquels aucune autre voie d'accès à leurs preuves n'est disponible que celle du principe de récurrence (P. Egré, 2015). Notre étude révèle que les élèves de la série D éprouvent des difficultés dans l'apprentissage de la démonstration par récurrence. Ces difficultés, qui sont essentiellement d'ordre didactique, sont en partie dues aux pratiques des enseignants de mathématiques. Ces derniers sont donc interpellés à réaliser des pratiques enseignantes contextualisées et participatives des élèves afin d'impulser une meilleure compréhension de la notion au détriment de la rétention des étapes, conséquence d'une pratique transmissive des apprentissages.

Bibliographie

- BALACHEFF Nicolas, 1987, *Processus de preuves et situations de validation*. Consulté le 8 mars, 2020, sur https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01619264/document
- BROUSSEAU Guy, 1998, Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique, https://hal.archives-
 - <u>ouvertes.fr/file/index/docid/516595/filename/Les_obstacles_epistemologiques_Problem</u> es et Ingenierie didactique98.pdf, consulté le 29 juillet 2021.
- CHESNAIS Aurélie, & HOROKS Julie, 2009, « Analyse et comparaison de pratiques effectives d'enseignants et conséquences en termes d'apprentissages », Revue Internationale Francophone, Numéro spécial 2010, Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2009, p. 245-258. Retrieved from fastef.ucad.sn/EMF2009/colloque.htm
- DEBLOIS Lucie, 2006, « Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'intervention en classe de mathématiques », *Educational Studies in Mathematics* 62, p. 307-329.
- DEBLOIS Lucie & RÉNÉ de CORTET Sophie, 2005, Et si les erreurs des élèves étaient le fruit d'une extension de leurs connaissances. La réussite scolaire : comprendre et mieux intervenir. Québec, Presse de l'Université Laval.
- DIAS Thierry, 2018, Enseigner les mathématiques à l'école. Une démarche positive pour des apprentissages réussis. Paris, Éditions Magnard.

- DOUAMBA Kirsi Jean-Pierre, 2019, « Difficultés dans l'apprentissage de la démonstration en géométrie : cas de futurs enseignants du post-primaire au Burkina Faso », In K. Traoré, J.-C. Bationo, M. Kyélem, A. Diabaté, T. Sawadogo. Didactique des disciplines en Afrique francophone : entre émergence et confirmation, L'Harmattan Burkina Faso, p. 193-204.
- EGRÉ Paul, 2015, « Le raisonnement par récurrence : quel fondement ? », *Gazette des Mathématiciens*, 146, 27-37; consulté le 8 mars 2020 sur https://smf.emath.fr/files/146-bd.pdf.
- GARDES Denis, GARDES Marie-Line & GRENIER Denise, 2016, « État des connaissances des élèves de Terminale S sur le raisonnement par récurrence », *Petit x n*°100, p. 67-98.
- GRENIER Denise, 2011, « Une étude didactique du concept de récurrence », *Petit x* 88, p. 27-47.
- JONNAERT Philippe & VANDER BORGHT Cécile, 2009, Créer des conditions d'apprentissage. Un cadre de référence socioconstructiviste pour une formation didactique des enseignants. Bruxelles: De Boeck-Université.
- KAHN Sabine & REY Bernard, 2008, « Pratiques d'enseignement, forme scolaire et difficultés des élèves », Les Dossiers des Sciences de l'Éducation, n°19 / Les pratiques d'enseignement-apprentissage : état des lieux, pp. 13-25.
- KONOMBO Christophe, 2016, Les difficultés de l'enseignement-apprentissage de la démonstration en classe de Terminale D, Mémoire de fin de formation à l'emploi d'inspecteur de l'enseignement secondaire (option : mathématiques), École Normale Supérieure de l'Université Norbert ZONGO.
- LELOUARD Monique, MIRA Carmelle & NICOLLE Jean-Marie, 1990, « Différentes formes de démonstrations dans les mathématiques grecques », La démonstration mathématiques dans l'histoire, IREM, p. 155-180.
- MOBARAK Sara & MOUSSADDAR Asmaâ, 2014, Raisonnement par récurrence : sa place et ses difficultés au second cycle, Mémoire de recherche pédagogique, Cycle secondaire qualifiant (Section : Mathématiques). Centre régional des métiers de l'éducation et de la formation du Grand Casablanca; consulté le 7 janvier 2020 sur https://professeurstagiaire20142015.files.wordpress
- OUÉDRAOGO Issa & TRAORÉ Boukari, 2007, « Contribution à la compréhension de la notion d'activité d'apprentissage », Bulletin d'Informations Pédagogiques, 3, p. 18-23.
- POULIN Marie-Alice, 2013, *Un regard didactique sur la démonstration par récurrence*. Consulté le 07 janvier 2020, sur https://pure.fundp.ac.be/ws/files/9840105/Studentthesis-2013.pdf
- ROBERT Aline, RODITI Éric & GRUGEON Brigitte, 2007, « Diversité des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire », *Petit* x 74, p. 60-90.
- TARDIF Jacques, 1995, « Les influences de la psychologie cognitive sur les pratiques d'enseignement et d'évaluation », in Revue québécoise de psychologie 16, n°2, p. 175-207.





LAKISA, est une revue semestrielle à comité scientifique et à comité de lecture des sciences de l'éducation du Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation (LARSCED) de l'École Normale Supérieure de l'Université Marien Ngouabi (Congo). Elle a pour objectif de promouvoir la Recherche en Éducation à travers la diffusion des savoirs dans ce domaine. La revue publie des articles originaux dans le domaine des sciences de l'éducation (didactique des disciplines, sociologie de l'éducation, psychologie des apprentissages, histoire de l'éducation, ou encore philosophie de l'éducation...) en français et en anglais. Elle publie également, en exclusivité, les résultats des journées et colloques scientifiques.

Les auteurs qui soumettent des articles dans la revue *LAKISA* sont tenus de respecter les principes et normes éditoriales CAMES de présentation d'un article en Lettres et Sciences Humaines (NORCAMES/LSH) ainsi que la typographie propre à la revue.

L'ensemble des articles publiés dans la revue LAKISA sont en libre accès (accès gratuit immédiat aux articles, ces articles sont téléchargeables à toutes fins utiles et licite) sur le site internet de la revue. Cependant, les opinions défendues dans les articles n'engagent que leurs auteurs. Elles ne sauraient être imputées aux institutions auxquelles ils appartiennent ou qui ont financé leurs travaux. Les auteurs garantissent que leurs articles ne contiennent rien qui porte atteinte aux bonnes mœurs.

Laboratoire de Recherche en Sciences de l'Éducation (LARSCED)
École Normale Supérieure (ENS)

Université Marien Ngouabi (UMNG)

ISSN: 2790-1270 / en ligne 2790-1262 / imprimé

Éditeur : LARSCED www.lakisa.larsced.cg revue.lakisa@larsced.cg revue.lakisa@umng.cg BP : 237, Brazzaville-Congo